

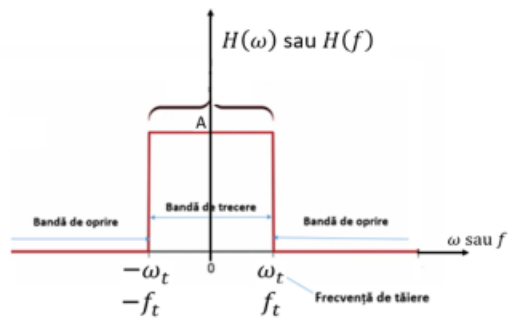
SEMINARUL 6:

PROBLEME LA CARE SE SOLICITĂ SOLUȚIA COMPLETĂ

Continuăm cu rezolvarea unor aplicații ce ne vor ajuta să aprofundăm materia parcursă în acest semestru la cursul de **Semnale și sisteme**.

Astăzi vom aborda câteva probleme în rezolvarea cărora aplicăm o serie de cunoștințe dobândite în întâlnirile în care am discutat despre filtrarea semnalelor, modulație-demodulație, respectiv eșantionare-interpolare, ca aplicații ale concrete ale transformatei Fourier. Nu am pretenția că am detaliat îndeajuns toate aceste operații, dar am convingerea că am pus bazele pentru un eventual studiu aprofundat, dacă veți simți nevoia să faceți asta. De asemenea, ne vom aduce aminte ce reprezintă decibelul.

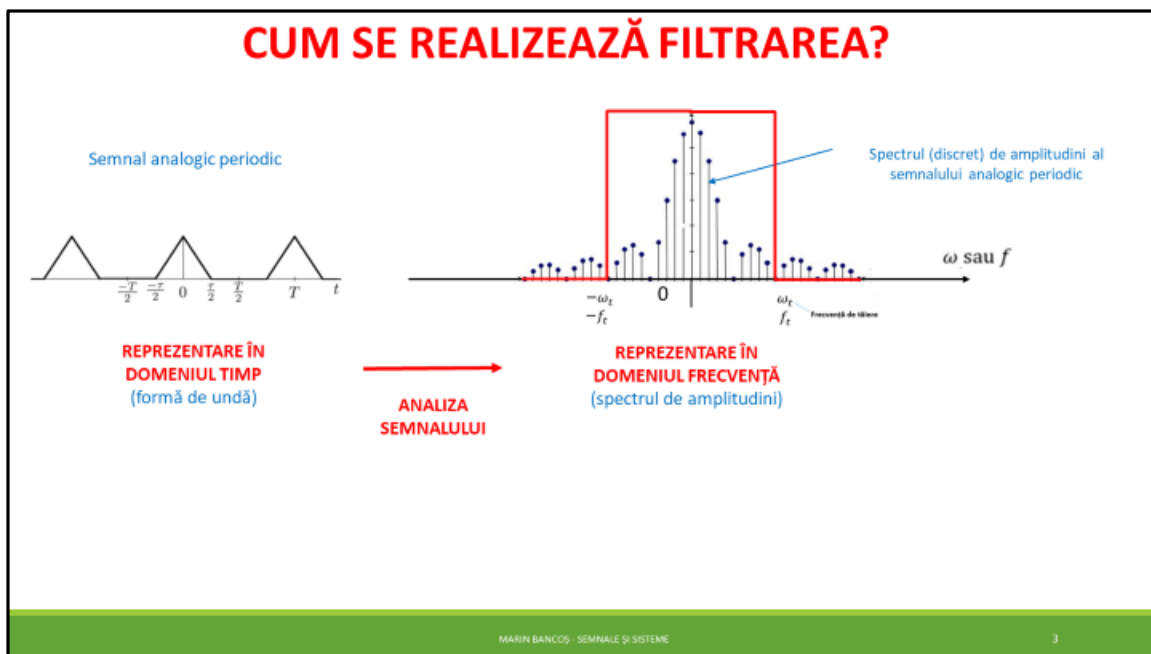
Filtrul trece-jos în varianta ideală



Să ne amintim cum am definit un FTJ în varianta ideală. Să urmărim pe figură cum arată răspunsul H în frecvență al unui astfel de filtru (adică transformata Fourier a răspunsului la impuls h al filtrului).

Relativ la amplificarea în banda de trecere, aceasta se subînțelege ca fiind 1, dacă nu se specifică altfel.

CUM SE REALIZEAZĂ FILTRAREA?



Ne propunem să vizualizăm cum se realizează operațiunea de *filtrare*.

Vom lua exemplul concret al unui *semnal analogic periodic*, urmând să explicăm imediat ce se întâmplă și în cazul semnalelor analogice neperiodice. *Reprezentarea acestuia în domeniul timp* (adică *forma sa de undă*, care ar putea fi vizualizată pe un osciloscop) este cea figurată.

Pentru a ajunge la *reprezentarea în domeniul frecvență*, apelăm la instrumentele matematice studiate la dezvoltarea în serie Fourier a semnalelor analogice periodice. Se obține astfel *spectrul (discret) de frecvențe al semnalului* (care ar putea fi vizualizat pe ecranul unui *analizor de spectru*). Am figurat aici, pentru exemplificare, numai *spectrul de amplitudini* (bilateral), nu și cel de *faze*. Acesta, așa cum am subliniat la momentul potrivit, este unul caracterizat prin simetrie față de axa verticală (adică avem paritate).

Analiza semnalului constă în „spargerea” lui în componente elementare (în sinusoidă, denumite *armonici*). Fiecare componentă reprezintă fie *componenta continuă*, plasată în origine, fie o armonică (o sinusoidă).

Armonicile sunt: *fundamentală* de frecvență ω_0 (f_0), a *doua armonică* de frecvență

$2\omega_0$ ($2f_0$), *a treia armonică* de frecvență $3\omega_0$ ($3f_0$), ... , *a n-a armonică* de frecvență $n\omega_0$ (nf_0), ...

Odată cu operațiunea de *filtrare*, vor trece numai componentele ce au frecvențe în banda de trecere, toate celelalte componente fiind eliminate.

În cazul semnalelor analogice neperiodice analiza semnalului o facem cu ajutorul transformatei Fourier, spectrul obținut fiind, de această dată, unul continuu.

Principial, filtrarea se realizează asemănător.

PROBLEMA 1

Se consideră un FTJ ideal având amplificarea în banda de trecere egală cu 10 și frecvența de tăiere de 1,01kHz. Se cere să se determine răspunsul filtrului dacă la intrarea acestuia se aplică semnalul

$$x(t) = \sum_{k=1}^{100} \cos\left(200k\pi t + \frac{\pi}{3}\right).$$

$$x(t) = \sum_{k=1}^{100} \cos\left(200k\pi t + \frac{\pi}{3}\right); \quad f_t = 1,01 \text{ kHz}; \quad A = 10;$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 200 \cdot 1 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_1 = 100 \text{ Hz} = 0,1 \text{ kHz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 200 \cdot 2 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_2 = 200 \text{ Hz} = 0,2 \text{ kHz}$$

$$\dots$$

$$\omega_{10} = 2\pi f_{10} = 200 \cdot 10 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_{10} = 1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$$

$$\omega_{11} = 2\pi f_{11} = 200 \cdot 11 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_{11} = 1100 \text{ Hz} = 1,1 \text{ kHz}$$

$$\dots$$

$$\omega_{100} = 2\pi f_{100} = 200 \cdot 100 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_{100} = 10000 \text{ Hz} = 10 \text{ kHz}$$

Filtrul fiind unul trece-jos ideal, vor trece numai componentele armonice de frecvențe mai mici decât frecvența de tăiere $f_t = 1,01 \text{ kHz}$.

Prin urmare vor trece numai primele 10 componente, amplificate de 10 ori fiecare, deoarece aceasta este amplificarea în banda de trecere.

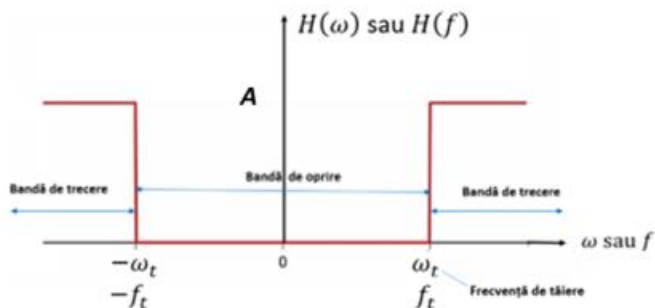
Răspunsul filtrului este deci:

$$y(t) = 10 \cdot \sum_{k=1}^{10} \cos\left(200k\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Să observăm că am lucrat în domeniul timp.

Haideți să ne imaginăm spectrul de frecvențe al semnalului de intrare și spectrul de frecvențe al semnalului de ieșire obținut în urma filtrării. Să comentăm.

Filtrul trece-sus în varianta ideală



Să ne amintim cum am definit un FTS în varianta ideală. Să urmărim pe figură cum arată răspunsul H în frecvență al unui astfel de filtru (adică transformata Fourier a răspunsului la impuls h al filtrului). Observați că unde am avut bandă de trecere la FTJ, la FTS avem bandă de oprire. Și invers.

Subliniez că amplificarea în banda de trecere se subînțelege ca fiind 1, dacă nu se specifică altfel.

PROBLEMA 2

Se consideră un FTS ideal având amplificarea în banda de trecere egală cu 5 și frecvența de tăiere de 20,01kHz.
Se cere să se determine răspunsul filtrului dacă la intrarea acestuia se aplică semnalul

$$x(t) = \sum_{k=1}^{100} \cos(2k\pi \cdot 10^3 \cdot t).$$

$$x(t) = \sum_{k=1}^{100} \cos(2k\pi \cdot 10^3 \cdot t); f_t = 20,01 \text{ kHz}; A = 5;$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2 \cdot 1 \cdot \pi \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_1 = 1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_2 = 2000 \text{ Hz} = 2 \text{ kHz}$$

$$\dots$$

$$\omega_{20} = 2\pi f_{20} = 2 \cdot 20 \cdot \pi \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_{20} = 20000 \text{ Hz} = 20 \text{ kHz}$$

$$\omega_{21} = 2\pi f_{21} = 2 \cdot 21 \cdot \pi \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_{21} = 21000 \text{ Hz} = 21 \text{ kHz}$$

$$\dots$$

$$\omega_{100} = 2\pi f_{100} = 2 \cdot 100 \cdot \pi \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_{100} = 100000 \text{ Hz} = 100 \text{ kHz}$$

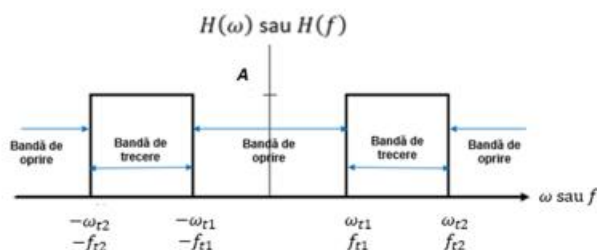
Filtrul fiind unul trece-sus ideal, vor trece numai componentele armonice de frecvențe mai mari decât frecvența de tăiere $f_t = 20,01 \text{ kHz}$. Prin urmare vor trece toate componentele, excluzându-le pe primele 20, amplificate de 5 ori fiecare, deoarece aceasta este amplificarea în banda de trecere.

Răspunsul filtrului este deci:

$$y(t) = 5 \cdot \sum_{k=21}^{100} \cos(2k\pi \cdot 10^3 \cdot t)$$

Haideți să ne imaginăm spectrul de frecvențe al semnalului de intrare și spectrul de frecvențe al semnalului de ieșire obținut în urma filtrării. Să comentăm.

Filtrul trece-bandă în varianta ideală



Să ne amintim acum cum am definit un FTB în varianta ideală.

PROBLEMA 3

Se consideră un FTB ideal având amplificarea în banda de trecere egală cu 2 și frecvențele de tăiere de 9,95kHz și 20,05kHz.

Se cere să se determine răspunsul filtrului dacă la intrarea acestuia se aplică semnalul

$$x(t) = \sum_{k=1}^{100} \cos(2k\pi \cdot 10^3 \cdot t).$$

$$x(t) = \sum_{k=1}^{100} \cos(2k\pi \cdot 10^3 \cdot t); f_{t1} = 9,95 \text{ kHz}; f_{t2} = 20,05 \text{ kHz};$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2 \cdot 1 \cdot \pi \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_1 = 1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_2 = 2000 \text{ Hz} = 2 \text{ kHz}$$

$$\dots$$

$$\omega_9 = 2\pi f_9 = 2 \cdot 9 \cdot \pi \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_9 = 9000 \text{ Hz} = 9 \text{ kHz}$$

$$\omega_{10} = 2\pi f_{10} = 2 \cdot 10 \cdot \pi \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_{10} = 10000 \text{ Hz} = 10 \text{ kHz}$$

$$\dots$$

$$\omega_{20} = 2\pi f_{20} = 2 \cdot 20 \cdot \pi \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_{20} = 20000 \text{ Hz} = 20 \text{ kHz}$$

$$\dots$$

$$\omega_{21} = 2\pi f_{21} = 2 \cdot 21 \cdot \pi \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_{21} = 21000 \text{ Hz} = 21 \text{ kHz}$$

$$\dots$$

$$\omega_{100} = 2\pi f_{100} = 2 \cdot 100 \cdot \pi \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_{100} = 100000 \text{ Hz} = 100 \text{ kHz}$$

Filtrul fiind unul trece-bandă ideal, vor trece numai componentele armonice de frecvențe mai mari decât frecvența de tăiere $f_{t1} = 9,95 \text{ kHz}$ și mai mici decât frecvența de tăiere $f_{t2} = 20,05 \text{ kHz}$. Prin urmare vor trece numai componentele de la $k = 10$ până la $k = 20$, amplificate de 2 ori fiecare, deoarece aceasta este amplificarea în banda de trecere.

Răspunsul filtrului este deci:

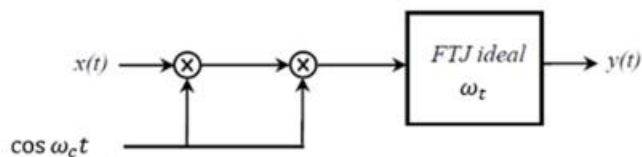
$$y(t) = 2 \cdot \sum_{k=10}^{20} \cos(2k\pi \cdot 10^3 \cdot t)$$

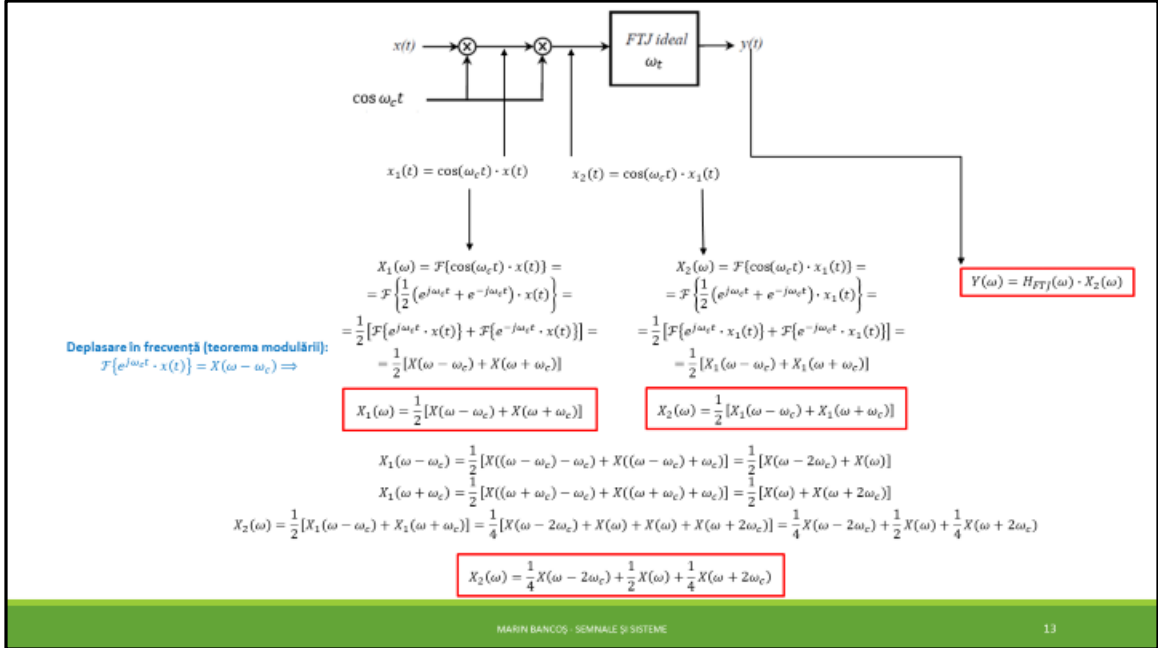
PROBLEMA 4

Se consideră schema bloc din figură, unde $x(t)$ este un semnal neperiodic, având transformata Fourier de forma unui triunghi centrat în origine, de amplitudine $A = 100$, între frecvențele (pulsățiile):

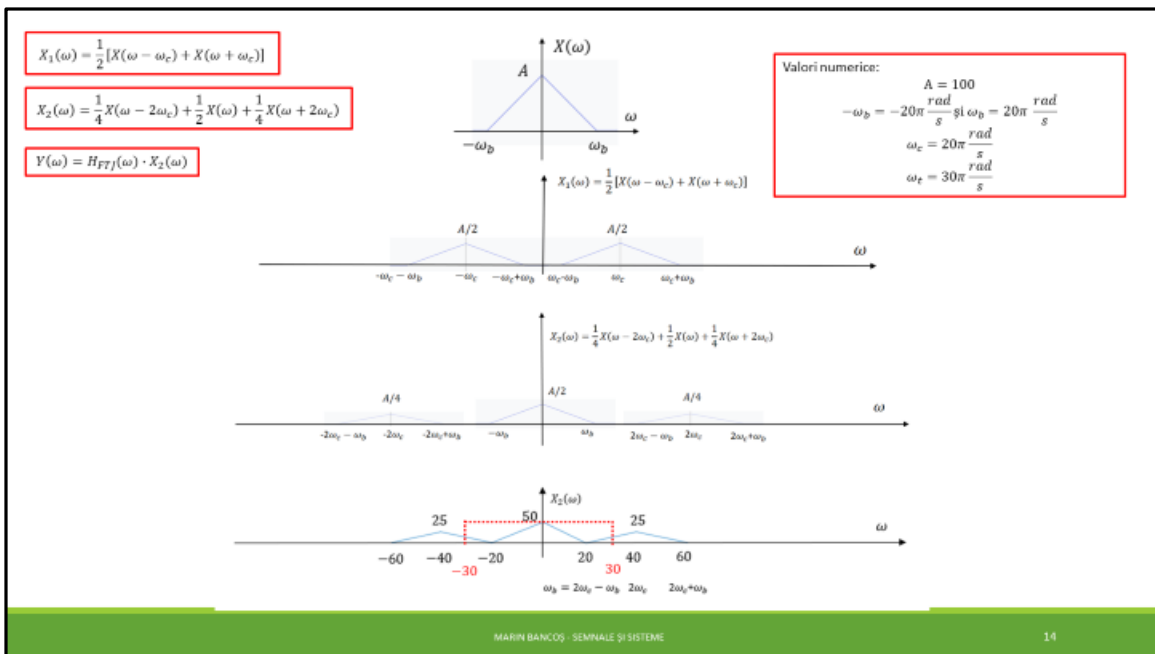
$$-\omega_b = -20\pi \text{ rad/s și } \omega_b = 20\pi \text{ rad/s.}$$

Știind că $\omega_c = 20\pi \text{ rad/s}$ și $\omega_t = 30\pi \text{ rad/s}$, se cere să se reprezinte grafic transformata Fourier a semnalului $y(t)$.





$$\begin{aligned}
 X_2(\omega) &= \frac{1}{2} [X_1(\omega - \omega_c) + X_1(\omega + \omega_c)] \\
 &= \frac{1}{4} [X(\omega - 2\omega_c) + X(\omega) + X(\omega) + X(\omega + 2\omega_c)] \\
 &= \frac{1}{4} X(\omega - 2\omega_c) + \frac{1}{2} X(\omega) + \frac{1}{4} X(\omega + 2\omega_c)
 \end{aligned}$$



Pe ultimul grafic, valorile de interes sunt

$$\frac{A}{2} = 50; \frac{A}{4} = 25; \omega_b = 20\pi \frac{rad}{s}; (2\omega_c - \omega_b) = 20\pi \frac{rad}{s}; 2\omega_c = 40\pi \frac{rad}{s}; (2\omega_c + \omega_b) = 60\pi \frac{rad}{s}.$$

Să vedem cum arată reprezentarea pentru aceste valori concrete.

Ținând cont că avem de a face cu un FTJ ideal cu frecvența (pulsția) de tăiere la valoarea 30, pentru care subînțelegem că amplificarea în banda de trecere este 1, din moment ce nu s-a specificat altă valoare, vizualizăm pe grafic ce rămâne după filtrare.

Observație:

Să ne aducem aminte că procesul pe care l-am evidențiat aici ne este familiar încă de când am studiat modulația și demodulația semnalelor. A se vedea MA 2BL-PS.

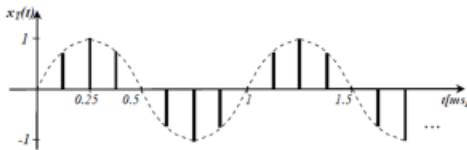
PROBLEMA 5

Să se reprezinte semnalul obținut după eșantionarea semnalului sinusoidal $x(t) = \sin(2000\pi t)$ cu o frecvență de eșantionare $f_s = 8 \text{ kHz}$.

REZOLVARE:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2000\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow T = \frac{1}{1000} \text{ s} = \frac{1000}{1000} \text{ ms} = 1 \text{ ms}$$

$$f_s = \frac{1}{T_s} \Rightarrow T_s = \frac{1}{f_s} = \frac{1}{8 \cdot 10^3} = 0,125 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 0,125 \text{ ms}$$



MARIN BANCOS - SEMNALE ȘI SISTEME

15

Pentru reprezentarea formei de undă a semnalului dat, $x(t)$, avem nevoie de perioada acestuia.

Cum

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2000\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow T = \frac{1}{1000} \text{ s} = \frac{1000}{1000} \text{ ms} = 1 \text{ ms}$$

Amplitudinea fiind egală cu 1 și ținând cont că nu avem fază inițială, reprezentarea semnalului dat va fi imediată (o vom face cu linie punctată).

Din frecvența de eșantionare se obține imediat perioada de eșantionare, adică intervalul de timp dintre două eșantioane.

$$f_s = \frac{1}{T_s} \Rightarrow T_s = \frac{1}{f_s} = \frac{1}{8 \cdot 10^3} = 0,125 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 0,125 \text{ ms}$$

PROBLEMA 6

Se consideră semnalul

$$x(t) = \sum_{n=0}^4 (-1)^n \cdot (n^2 + 1) \cdot \cos(1000n\pi t),$$

care se eșantionează cu frecvența de eșantionare f_s .

În ce domeniu de frecvențe se poate afla f_s astfel încât semnalul $x(t)$ să poată fi reconstituit fără distorsiuni din semnalul eșantionat?

REZOLVARE:

Semnalul se scrie desfășurat astfel:

$$x(t) = 1 - 2 \cos(1000\pi t) + 5 \cos(2000\pi t) - 10 \cos(3000\pi t) + 17 \cos(4000\pi t),$$

scriere care este echivalentă cu descompunerea semnalului în sumă de componente armonice (sinusoide).

Așadar, spectrul corespunzător semnalului se întinde de la 0 (ce corespunde componentei continue) la $\omega_m = 2\pi f_m = 4000\pi \text{ rad/s}$.

Prin urmare frecvența maximă este $f_m = 2000 \text{ Hz} = 2 \text{ kHz}$.

Conform condiției lui Nyquist din *teorema eșantionării*, pentru a putea reconstitui fără distorsiuni acest semnal din semnalul eșantionat frecvența de eșantionare trebuie să îndeplinească condiția

$$f_s > 2f_m = 4 \text{ kHz}.$$

PROBLEMA 7

Semnalul

$$x(t) = 2 \cos(2\pi t) + \cos(4\pi t)$$

este eșantionat cu perioada de eșantionare de 200 ms.

Se cere să se reprezinte spectrul de amplitudini al semnalului astfel obținut.

REZOLVARE:

$$x(t) = 2 \cos(2\pi t) + \cos(4\pi t)$$

Cunoscând perioada de eșantionare, putem determina imediat frecvența de eșantionare:

$$f_s = \frac{1}{T} = \frac{1}{200 \cdot 10^{-3}} = \frac{1000}{200} = 5 \text{ Hz}$$

Frecvențele componentelor armonice sunt

$$2\pi f_1 = 2\pi \Rightarrow f_1 = 1 \text{ Hz}$$

$$2\pi f_2 = 4\pi \Rightarrow f_2 = 2 \text{ Hz}$$

$$x(t) = 2 \cos(2\pi t) + \cos(4\pi t)$$

Cunoscând perioada de eșantionare, putem determina imediat frecvența de eșantionare:

$$f_s = \frac{1}{T} = \frac{1}{200 \cdot 10^{-3}} = \frac{1000}{200} = 5 \text{ Hz}$$

Cum deja semnalul este descompus în componentele sale armonice, putem reprezenta cu ușurință spectrul său de amplitudini. Să ne amintim faptul că spectrul (bilateral) de amplitudini conține, în general vorbind, o componentă continuă (care în cazul nostru nu există), ce se amplasează în origine, și componentele armonice, la frecvențele corespunzătoare fiecăreia în parte, de înălțime egală cu jumătate din amplitudine.

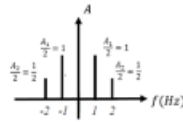
Deoarece nu există faze inițiale, nu are sens să vorbim despre spectrul de faze.

Frecvențele componentelor armonice sunt

$$2\pi f_1 = 2\pi \Rightarrow f_1 = 1 \text{ Hz}$$

$$2\pi f_2 = 4\pi \Rightarrow f_2 = 2 \text{ Hz}$$

Spectrul de amplitudini al semnalului dat este figurat mai jos.

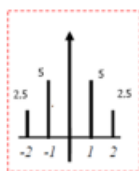


Spectrul semnalului obținut în urma eșantionării se compune din spectrul semnalului analogic inițial, deplasat în jurul multiplilor frecvenței de eșantionare f_s și ponderat cu f_s .

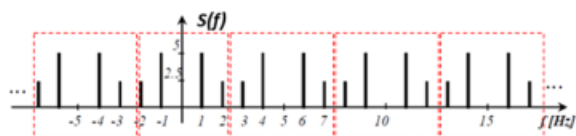
$$S(f) = f_s \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(f - nf_s)$$

Aplicăm procedeul în cazul spectrului semnalului dat. Prin ponderarea cu $f_s = 5 \text{ Hz}$ se obține:

Spectrul bilateral de amplitudini ponderat cu f_s



Spectrul bilateral de amplitudini ponderat cu f_s și deplasat în jurul frecvențelor multipli de f_s



Așadar, spectrul de amplitudini al semnalului dat este cel figurat în slide.

Când am discutat despre eșantionare, am văzut că spectrul semnalului obținut în urma acestui proces se compune din spectrul semnalului analogic inițial, ponderat cu f_s și deplasat în jurul tuturor multiplilor frecvenței de eșantionare f_s .

Reamintesc formula obținută atunci:

$$S(f) = f_s \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(f - nf_s)$$

Aplicăm procedeul în cazul spectrului semnalului dat. Prin ponderarea cu $f_s = 5 \text{ Hz}$ se obține ceea ce s-a încadrat în dreptunghiul roșu marcat cu linie întreruptă.

Această reprezentare se repetă acum la fiecare frecvență multiplu de $f_s = 5 \text{ Hz}$, obținându-se astfel spectrul semnalului rezultat în urma eșantionării.

Întrebare:

Care este valoarea componentei din spectrul de amplitudini la frecvența de 17 (=3·5+2) Hz? Evident 2,5.

Dar la frecvența de 2024 Hz? Dacă tot suntem în anul 2024...

$$2024 = 404 \cdot 5 + 4$$

Răspunsul este 5.

PROBLEMA 8

Dacă o stație radio are nivelul puterii de emisie de 50dBm, se cere să se determine puterea stației exprimată în W.

REZOLVARE:

Vom ține cont că raportarea se face la nivelul $P_{ref}=1\text{mW}$.

$$\begin{aligned}n &= 10 \log_{10} \frac{P}{P_{ref}} = 50 \Rightarrow \log_{10} \frac{P}{P_{ref}} = 5 \Rightarrow \frac{P}{P_{ref}} = 10^5 \Rightarrow P = 10^5 \cdot P_{ref} \\&= 10^5 \cdot 10^{-3} = 10^2 = 100\text{W} \\&\log_a x = b, x = / \end{aligned}$$

PROBLEMA 9

De câte ori trebuie mărită puterea unui semnal pentru ca nivelul de putere al acestuia să crească cu 10dB?

REZOLVARE:

$$n = 10dB = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = 1 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 10 \Rightarrow P_2 = 10P_1$$

De câte ori trebuie mărită puterea unui semnal pentru ca nivelul de putere al acestuia să crească cu 10dB?

REZOLVARE:

$$n = 10dB = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = 1 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 10 \Rightarrow P_2 = 10P_1$$

PROBLEMA 10

Să se demonstreze că unei creșteri a nivelului de putere cu 3dB îi corespunde practic o dublare a valorii puterii.

REZOLVARE:

$$n = 3dB = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = \frac{3}{10} = 0,3 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 10^{0,3} \cong 1,9953 \cong 2$$

$$\Rightarrow P_2 \cong 2P_1$$

Să se demonstreze că unei creșteri a nivelului de putere cu 3dB îi corespunde practic o dublare a valorii puterii.

REZOLVARE:

$$n = 3dB = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = \frac{3}{10} = 0,3 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 10^{0,3} \cong 1,9953 \cong 2 \Rightarrow P_2 \cong 2P_1$$

PROBLEMA 11

La cât trebuie să creștem o tensiune de 1V pentru a avea un câștig de 40dB în tensiune?

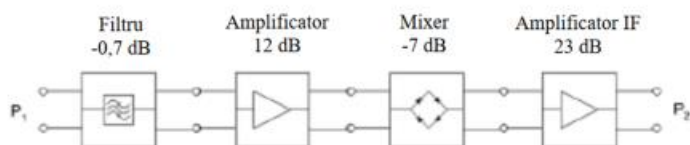
REZOLVARE:

$$n = 20 \log_{10} \frac{U_2}{U_1} = 40 \Rightarrow \log_{10} \frac{U_2}{U_1} = 2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 10^2 = 100 \Rightarrow U_2 = 100U_1 = 100V$$

La cât trebuie să creștem o tensiune de 1V pentru a avea un câștig de 40dB în tensiune?

PROBLEMA 12

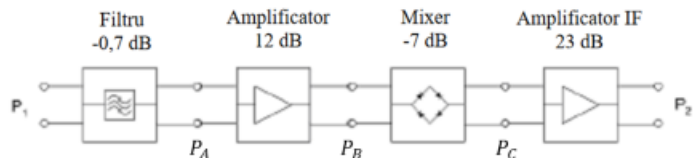
În figură sunt date valorile în dB ale nivelurilor de putere corespunzătoare părților componente ale etajului de intrare al unui receptor.
Care este nivelul total de putere al acestui etaj de intrare?



$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_A}{P_1} \cdot \frac{P_B}{P_A} \cdot \frac{P_C}{P_B} \cdot \frac{P_2}{P_C}$$

Așadar, amplificarea totală este produsul amplificărilor blocurilor conectate în cascadă.

Când amplificarea este exprimată ca nivel în decibeli, lucrurile se schimbă. În acest caz, nivelul total se obține prin adunarea nivelurilor intermediare. Să demonstrăm acest lucru.



$$n_1 = -0,7 \text{ dB} = 10 \log_{10} \frac{P_A}{P_1}$$

$$n_2 = 12 \text{ dB} = 10 \log_{10} \frac{P_B}{P_A}$$

$$n_3 = -7 \text{ dB} = 10 \log_{10} \frac{P_C}{P_B}$$

$$n_4 = 23 \text{ dB} = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_C}$$

$$\begin{aligned} n_1 + n_2 + n_3 + n_4 &= 10 \log_{10} \frac{P_A}{P_1} + 10 \log_{10} \frac{P_B}{P_A} + 10 \log_{10} \frac{P_C}{P_B} + 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_C} = \\ &= 10 \left(\log_{10} \frac{P_A}{P_1} + \log_{10} \frac{P_B}{P_A} + \log_{10} \frac{P_C}{P_B} + \log_{10} \frac{P_2}{P_C} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{P_A}{P_1} \cdot \frac{P_B}{P_A} \cdot \frac{P_C}{P_B} \cdot \frac{P_2}{P_C} \right) = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = n \end{aligned}$$

Prin urmare:

$$n = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = -0,7 + 12 - 7 + 23 = 27,3 \text{ dB}$$