

CURSUL 1

SEMNAL.
PROCESAREA SEMNALELOR. ANALIZĂ ȘI SINTEZĂ.
ANALOGIC/TIMP CONTINUU. DIGITAL/TIMP DISCRET.
TEOREMA EȘANTIONĂRII – PUNTEA ÎNTRE ANALOGIC ȘI DIGITAL.
AMPLITUDINEA DIGITALĂ.
AVANTAJELE DIGITALIZĂRII LA MEMORAREA, PROCESAREA ȘI
TRANSPORTUL DATELOR.
STUDIU DE CAZ.

SLIDE 1

În prima parte a cursului vom aborda elementele de bază ale procesării semnalului digital pornind de la câteva principii. Abordarea urmărește descrierea procesării semnalului folosind limbajul spațiului vectorial și al algebrei liniare. Deși poate inițial o să fie puțin derutant (mai ales dacă nu sunteți mari iubitori ai matematicii), această abordare are avantajul de a ne permite să descriem foarte firesc natura duală a semnalelor, în domeniul timpului și respectiv în cel al frecvenței. În special transformata Fourier va apărea ca o simplă schimbare de bază (adică o schimbare a punctului de vedere) în spațiul semnalelor digitale. Vom detalia după aceea cum funcționează filtrele digitale, în timp și frecvență. Vom învăța cum să alegem și să realizăm filtrul digital dorit, utilizând transformata z și instrumente numerice.

În această parte introductivă încercăm să vedem ce se înțelege prin prelucrarea semnalelor și de ce este ea interesantă și relevantă pentru dumneavoastră, ca viitori specialiști.

Ce înseamnă...

Prelucrarea digitală a semnalelor

MARIN BANCOȘ - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

2

SLIDE 2

Vom începe prin a explica denumirea cursului. Observați că ea conține trei cuvinte:

prelucrare (procesare)

digital

semnal

Dintre acestea, cel mai important este, după cum bănuieți, cuvântul *semnal*, iar în cele ce urmează vom încerca să definim ce reprezintă el.

SEMNAL

Descrierea evoluției unui fenomen fizic

SLIDE 3

Cea mai bună definiție a *semnalului* este aceea că el reprezintă, în fapt, evoluția unui fenomen fizic. Iar acest lucru se explică cel mai bine prin exemple.

EXEMPLE DE FENOMENE FIZICE CARE POT FI DESCRISE CA SEMNALE

VREMEA:

cu ajutorul temperaturii

SUNETUL:

cu ajutorul presiunii acustice

SUNETUL:

cu ajutorul deviației magnetice

INTENSITATEA LUMINII:

pe hârtie, cu ajutorul nivelurilor de gri

...

SLIDE 4

Să luăm *vremea* ca prim-exemplu. Dacă se măsoară temperatura de-a lungul timpului, prin intermediul valorilor rezultate vom obține una dintre posibilele descrieri ale vremii ca fenomen.

Să considerăm acum *sunetul*, generat spre exemplu de vocea umană. Știți că acesta se propagă prin aer, practic, ca o undă mecanică, ca o undă de presiune. Dacă se măsoară această presiune (denumită presiune acustică) într-un punct oarecare din spațiu, prin intermediul unui microfon, vom obține o descriere a sunetului ca fenomen fizic.

Dar, bineînțeles, aceasta este doar una dintre posibilele descrieri. Dacă *sunetul* este înregistrat, spre exemplu, pe o bandă magnetică, descrierea sunetului se va putea face de această dată cu ajutorul deviației magnetice înregistrate pe bandă.

Dacă analizăm *intensitatea luminii* reflectate de o suprafață, putem să-i asociem acesteia un nivel de gri pe o coală de hârtie. Variația semnalului descris astfel se produce între două limite extreme, între alb și negru, iar ea are loc mai degrabă în spațiu decât în timp.

Iar exemplele pot continua.

PRELUCRAREA SEMNALULUI

(PROCESSING)

ANALIZĂ (Analysis):

identificarea informației conținute de semnal

SINTEZĂ (Synthesis):

crearea unui semnal ce conține informația de interes

SLIDE 5

Așadar, dacă se obține un semnal oarecare, ne punem problema prelucrării lui. *Prelucrarea* (procesarea) se referă, în fapt, la a da sens informației conținute (descrise) de acel semnal.

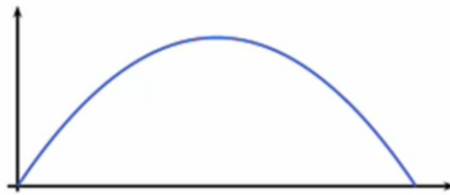
Putem prelucra semnalul în două moduri.

Pe de o parte, putem să realizăm *analiză* de semnal, înțelegând (identificând) informația conținută de respectivul semnal și obținând o cât mai bună descriere a sa.

Pe de altă parte, putem realiza *sinteză* de semnal, imitând originalul prin crearea unui fenomen fizic ce conține o cantitate relevantă de informație din acest original. Aceasta este exact ceea ce facem de fiecare dată când transmitem informație. Spre exemplu, utilizând telefonul mobil sau radioul sau chiar și atunci când emitem sunete apăsând clapele unui pian.

Am stabilit că semnalul reprezintă descrierea evoluției unui fenomen fizic. Semnalele au, așadar, o acoperire foarte largă, nefiind obiect de studiu doar în *Prelucrarea digitală a semnalelor*.

EXEMPLU DE SEMNAL DIN MECANICĂ



$$y(t) = v_y t - \frac{1}{2} g t^2$$

(Galileo, 1638)

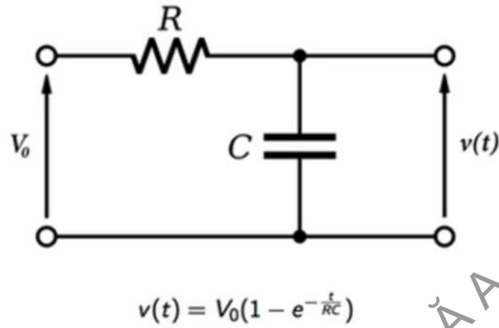
MARIN BANCOȘ - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

6

SLIDE 6

Din mecanică în mod sigur vă amintiți ecuația descoperită de Galileo Galilei în 1638, respectiv cea care descrie mișcarea unui corp aruncat pe verticală. Este o ecuație simplă, care stabilește legătura dintre înălțimea la care se află corpul în aer la un moment oarecare de timp, poziția sa depinzând de viteza ce i-a fost imprimată inițial. Curba din figură descrie poziția instantanee a corpului.

EXEMPLU DE SEMNAL DIN ELECTRONICĂ



SLIDE 7

În electronică, de exemplu, există o mulțime de ecuații care descriu funcționarea unor circuite.

În figură avem un circuit RC, ce poate fi descris prin ecuația dată. Avem astfel o reprezentare matematică a modului în care se încarcă și se descarcă condensatorul de capacitate C, respectiv a modului cum variază tensiunea de ieșire în funcție de timp.

SEMNALE ANALOGICE

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

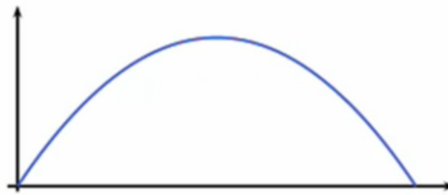
SLIDE 8

Așadar, ce anume face să fie interesantă prelucrarea semnalelor?

În cele două exemple date putem vedea că modelul matematic utilizat pentru descrierea semnalelor este, în fiecare caz în parte, o funcție reală: $y(t)$ – în primul caz, $v(t)$ – în al doilea caz, de variabilă reală (t). O astfel de funcție este modelul standard pentru ceea ce numim *semnale analogice*.

SEMNALUL DIN MECANICĂ

UN SINGUR „GRAD DE LIBERTATE”: V_y



$$y(t) = v_y t - \frac{1}{2} g t^2$$

(Galileo, 1638)

MARIN BANCOȘ - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

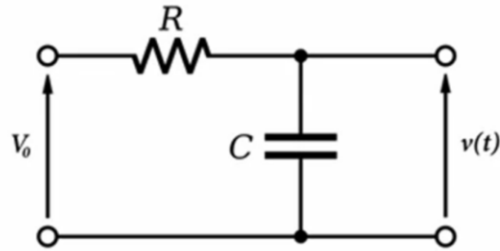
9

SLIDE 9

Dacă revenim la primul exemplu considerat, observăm că ecuația se caracterizează printr-un singur „grad de libertate”. Singurul lucru pe care-l putem noi alege este viteza inițială de propulsare a corpului, V_y . Forma semnalului, însă, rămâne întotdeauna aceeași, indiferent de valoarea acestei viteze.

SEMNALUL DIN ELECTRONICĂ

DOUĂ „GRADE DE LIBERTATE”: R, C



$$v(t) = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

SLIDE 10

Pentru circuitul din al doilea exemplu, ecuația se caracterizează prin două „grade de libertate”, putându-se alege arbitrar valorile rezistenței R și a capacității C . Forma exponențială a semnalului rămâne aceeași și în acest caz.

UN SEMNAL INTERESANT...



$$f(t) = ?$$

MARIN BANCOȘ - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

11

SLIDE 11

Acum, dacă vă voi arăta o formă de undă precum cea din figură, probabil că veți intui că este o reprezentare ce corespunde unui sunet oarecare sau vorbirii. Întrebarea pe care ne-o punem este: ce funcție descrie cel mai bine acest sunet? Ei bine, răspunsul nu este ușor de dat. Ceea ce pot să fac este să înregistrez, într-un anumit mod, informația de interes, iar oamenii au inventat pentru aceasta, de-a lungul timpului, o mulțime de dispozitive sofisticate.

PENTRU FIECARE SEMNAL ANALOGIC UN ALT DISPOZITIV DE ÎNREGISTRARE A SEMNALULUI...



MARIN BANCOS - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

12

SLIDE 12

Așadar, în cazul sunetului s-au folosit cândva gramofonul (fonograful), iar mai apoi magnetofonul. Exemplele, însă, sunt nenumărate.

Dacă ne referim la înregistrarea temperaturii, s-a folosit, și încă se mai folosește acest principiu de funcționare, un dispozitiv mecanic ce conține un sistem ce înregistrează toate măsurătorile corespunzătoare pe o bandă (care era de hârtie, la începuturi).

Pentru a face fotografii, a fost necesar să se inventeze camera foto, care a evoluat spectaculos de-a lungul anilor.

Observați că fiecare dispozitiv corespunde unui anumit tip de semnal. Voi înregistra informația de interes, dar nu va fi ușor de operat cu această informație într-un mod generic.

REVENIND...



$$f(t) = ?$$

MARIN BANCOȘ - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

13

SLIDE 13

Nu voi putea, însă, răspunde la întrebarea:

Care este funcția matematică ce descrie cel mai bine fenomenul vizat?

DIN ANALOGIC ...



MARIN BANCOȘ - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

14

SLIDE 14

Aceasta este problema cea mai mare atunci când ne referim la semnalele analogice.

... ÎN DIGITAL

... 74 31 -66 9 -123 33 159 -26 102 148 86
-136 -179 70 72 -84 -113 -42 -88 88 8 -180 -7
-133 8 164 -4 108 35 -82 74 -49 52 32 -31

SLIDE 15

Marea schimbare de paradigmă când se trece la prelucrarea digitală a semnalului este că ne îndepărtăm de modelul analogic, exemplificat anterior. Nu ne mai întrebăm care este funcția ce reprezintă semnalul, ci doar se trece la înregistrarea valorilor funcției, reprezentând fenomenul ca pe o șir de numere.

PARADIGMA DIGITALĂ

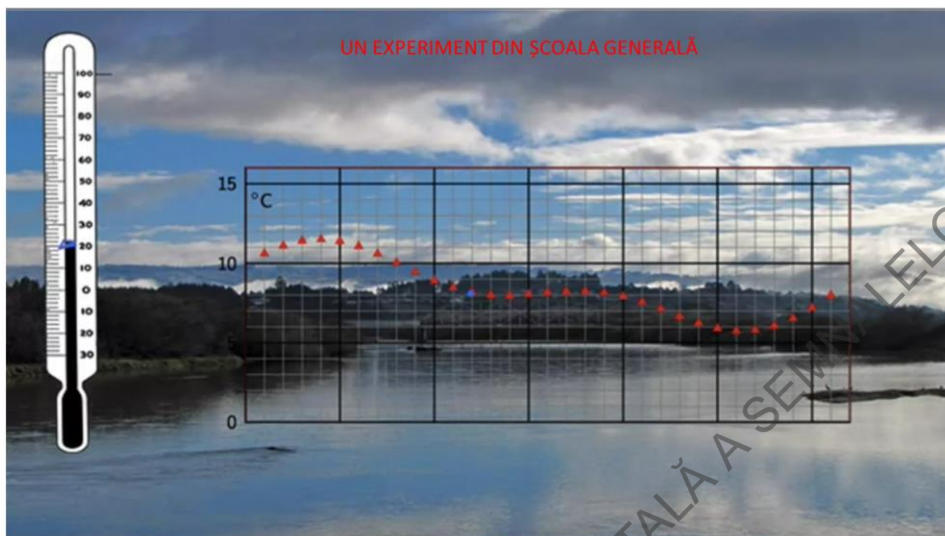
INGREDIENTELE CHEIE

- ❑ **TIMP DISCRET** (*discretizarea timpului – EȘANTIONARE*)
- ❑ **AMPLITUDINE DISCRETĂ** (*discretizarea amplitudinii*)

SLIDE 16

Așa-numita paradigmă digitală conține două ingrediente fundamentale: timpul discret și amplitudinea discretă.

Vom începe cu timpul discret, pentru că aceasta este de fapt schimbarea de paradigmă în modul în care percepem acum lucrurile.



CE ESTE TIMPUL?



„Deci, ce este timpul? Presupunând că nimeni nu mă întreabă, știu. Dar dacă vreau să-i explic cuiva care mă întreabă, atunci nu știu.”

Sfântul Augustin din Hippo (354 AD – 430 AD)

SLIDE 18

Una dintre cele mai faimoase analize ale problemei timpului a fost făcută de Sfântul Augustin în secolul al 5-lea. Iar analiza sa a dus, fundamental, la o negare a existenței timpului. Aceasta pentru că trecutul s-a întâmplat deja, viitorul este necunoscut, iar prezentul nu poate fi identificat deoarece imediat cum îl menționăm el a devenit deja parte a trecutului. Așa că Augustin a concluzionat că timpul nu există.

CE ESTE TIMPUL?



Ce sunt timpul și spațiul?
Are Universul un început în timp?
Este spațiul limitat?

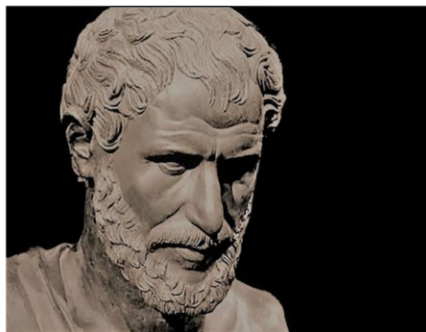
Immanuel Kant - *Critica rațiunii pure* (1781)
(22 Aprilie 1724 – 12 Februarie 1804)

SLIDE 19

Secole mai târziu, unul dintre marii filosofi care au încercat să rezolve problema, și care a sistematizat lumea în termeni filosofici, a fost Immanuel Kant.

El a rezolvat problema timpului considerând că timpul, la fel ca spațiul, sunt categorii fundamentale ale spiritului. În mod fundamental noi suntem programați să proiectăm noțiunile de timp și spațiu în tot ceea ce observăm.

PARADOXUL LUI ZENON



Zenon din Eleea (cca. 490 î.Hr. – cca. 430 î.Hr.)



$$D = \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \frac{x}{16} + \dots = \frac{x}{1 - \frac{1}{2}} = x$$

SLIDE 20

Poate cea mai cunoscută reflecție filosofică asupra conceptului de timp a fost cea a lui Zenon din Eleea, filozof grec ce a trăit în secolul al 5-lea î.Hr.

Zenon a creat câteva celebre paradoxuri, iar unul dintre ele este foarte cunoscut.

Ahile și broasca țestoasă

Ahile se întrece cu o broască țestoasă, dar îi lasă acesteia 100 de metri avans, pentru că Ahile este de zece ori mai rapid.

Când Ahile a făcut o sută de metri, broasca a făcut și ea zece metri.

Când Ahile a făcut cei zece metri, broasca a făcut unul.

Când Ahile a făcut acel metru, broasca a făcut zece centimetri.

Când Ahile a făcut cei zece centimetri, broasca a făcut un centimetru.

Când Ahile a făcut acel centimetru, broasca a făcut 0,1 centimetri.... Și povestea continuă la nesfârșit.

Broasca câștigă cursa, fiind absolut tot timpul înaintea, chiar dacă cu foarte puțin.

Paradoxul astfel formulat va conduce la concluzia că într-o cursă, alergătorul mai rapid nu-l poate depăși niciodată pe cel mai lent, aflat cu un avans oarecare în fața sa.

O altă formulare a acestui paradox este următoarea.

Presupunem că doriți să ajungeți din punctul A în punctul B, respectiv să acoperiți o anumită distanță. Ei bine, pentru a ajunge în punctul B, va trebui să treceți printr-un punct de mijloc, să-l denumim C. Și chiar dacă treci prin C, în continuare vei avea un alt punct de mijloc D, între C și B, prin care trebuie trecut, și apoi un alt punct de mijloc E, un altul F, și tot așa mai departe... Zenon a afirmat că indiferent cât de mic ajunge să fie un segment pe care trebuie să-l parcurgi, vei avea nevoie de o cantitate finită de timp pentru aceasta. Iar a doua jumătate a segmentului tot rămâne neparcursă!

Parcurgem deci jumătate din drum, AC, apoi un sfert, CD, apoi o optime DE, apoi o șaisprezecime EF, și tot așa mai departe...

Evident se obține un număr infinit de segmente. Și, spune el, suma unui număr infinit de valori, oricât de mici ar fi ele, nu poate fi una finită. Prin urmare, concluzionează Zenon, nu vei putea ajunge niciodată în punctul B.

Desigur, astăzi orice student care stăpânește puțin calculele matematice nu va fi de acord cu faptul că suma ce rezultă trebuie să fie, musai, infinită. Nici vorbă! Dacă formalizăm puțin problema vom vedea că avem de fapt o sumă infinită a termenilor unei progresii geometrice de rație $1/2$. Iar rezultatul este imediat.

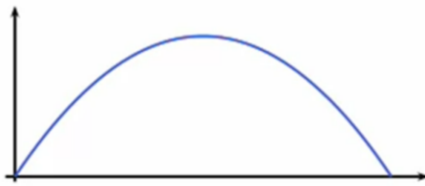
Dar aceasta nu este rezolvarea efectivă a paradoxului lui Zenon. În fapt, rezolvarea este dată de ultimele patru secole de cercetare matematică care au produs un model matematic în care sumele infinite nu conduc la contradicții.

Intuiția lui Zenon a fost una foarte profundă. Dacă aplicăm un model matematic simplist realității, cum ar fi, de exemplu, posibilitatea de a împărți un segment într-un număr infinit de subsegmente, vom ajunge, așa cum am văzut, să ne confruntăm cu contradicții. Prin urmare, trebuie să fim atenți, pentru a evita astfel de capcane.

MODELE DE REPREZENTARE

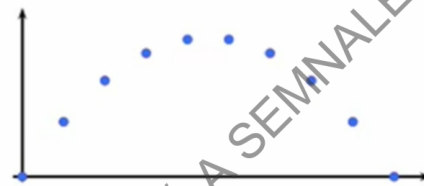
REPREZENTARE ÎN TIMP CONTINUU

(A ECUAȚIEI MIȘCĂRII)



REPREZENTARE ÎN TIMP DISCRET

(A VALORIILOR MĂSURATE)



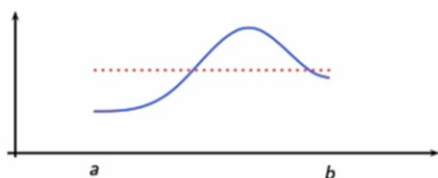
SLIDE 21

Să ne întoarcem la problema prelucrării semnalului preluat din mecanică.

La reprezentarea semnalului analogic (în timp continuu), ne aflăm într-o situație oarecum asemanatoare cu cea descrisă anterior. Ar trebui să ne imaginăm divizarea precum în cazul segmentului, într-un număr infinit de intervale mici.

La reprezentarea semnalului digital (în timp discret), vom avea un număr finit de eșantioane (fiecare corespunzând unei măsurători efectuate) și implicit un număr finit de intervale. Acesta se va dovedi a fi un model extrem de practic pentru o mulțime de aplicații.

CALCULELE ÎN TIMP CONTINUU SUNT DIFICILE



CALCULUL VALORII MEDII

$$\bar{x} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

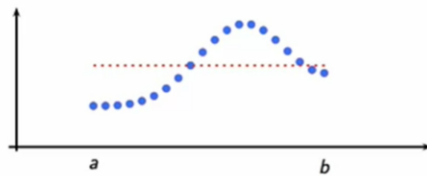
SLIDE 22

Să considerăm că reprezentarea din figură corespunde semnalului analogic „temperatură” pe intervalul de timp dintre a și b .

Dacă dorim să calculăm temperatura medie pe acest interval, trebuie obligatoriu să cunoaștem funcția $f(t)$ care descrie matematic curba.

Presupunând că am obținut-o, este necesar apoi să calculăm integrala definită din $f(t)$ de la a la b , și apoi să o raportăm la lungimea intervalului: $(b-a)$. Nici obținerea lui $f(t)$ și nici calculul integralei, însă, nu sunt simpli de realizat.

CALCULELE ÎN TIMP DISCRET SUNT MULT SIMPLIFICATE



CALCULUL VALORII MEDII

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]$$

SLIDE 23

Dacă, însă, suntem în cazul discret, și deținem N valori rezultate din măsurarea temperaturii la N momente, egal distanțate în timp, valoarea medie a temperaturii se calculează foarte simplu.

Pentru aceasta, se însumează cele N valori corespunzătoare măsurărilor (eșantioanelor), iar rezultatul obținut se divide la numărul N de eșantioane. Metoda este chiar intuitivă și general valabilă. Așadar calculele sunt mult simplificate la modelul din cazul discret.

TIMP DISCRET, SEMNAL DIGITAL (DISCRET)

~~$$f: \mathbb{R} \rightarrow V$$~~

$$x: \mathbb{Z} \rightarrow V$$

$$x[n] = \dots, 1.2390, -0.7372, 0.8987, 0.1798, -1.1501, -0.2642 \dots$$

SLIDE 24

Care este concluzia?

Distanțarea de modelul din cazul semnalului analogic, reprezentat prin funcții $f(t)$, este perfect justificată.

Este mult mai convenabil să adaptăm și să modelăm realitatea astfel încât semnalele să le putem reprezenta ca șiruri. Să facem observația că intervalul de timp dintre două eșantioane (care poate fi de o zi, trei ore, două secunde, 17 milisecunde,... adică oricât, însă fixat), permite „numerotarea”, cu numere întregi din $\mathbb{Z}$, a fiecărui eșantion. Matematic, așadar, noi realizăm maparea de la un set de numere întregi, preluat din mulțimea numerelor întregi $\mathbb{Z}$, la un set de valori, V , care sunt numere reale din $\mathbb{R}$.

Notăția devine foarte simplă. Vom reprezenta un semnal discret de timp ca fiind $x[n]$, unde x este semnalul nostru, iar n este citit ca fiind momentul n . Acesta, însă, nu mai are o semnificație fizică, ci este doar un număr de ordine care stabilește succesiunea eșantioanelor.

PUNTEA DINTRE SEMNALELE ANALOGICE ȘI SEMNALELE DIGITALE



HARRY NYQUIST ȘI CLAUDE SHANNON

TEOREMA EȘANTIONĂRII (1920)

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \operatorname{sinc}\left(\frac{t - nT_s}{T_s}\right)$$

SLIDE 25

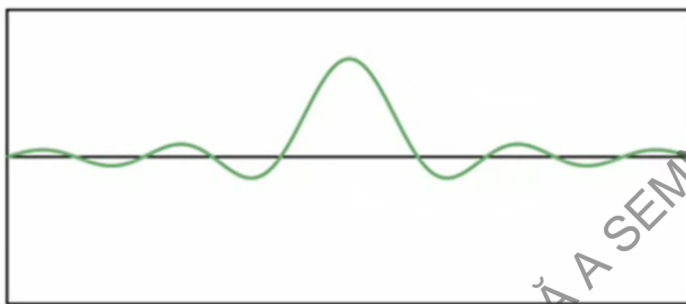
Este oare mare prețul plătit atunci când trecem la reprezentarea realității prin modelul discret? Pierdem mult din puterea de reprezentare? Concret, ce se întâmplă oare în cazul circuitului RC? Întrebarea cea mai importantă, ce trebuie pusă, este dacă putem descrie corespunzător realitatea fizică din acest caz folosind semnalele discrete. Sau mai general formulat, ne întrebăm dacă putem găsi o punte de legătură între semnalele analogice și semnalele digitale.

Întrebarea este, într-adevăr, de o importanță fundamentală, iar răspunsul la ea a fost dat la începutul secolului trecut de către Harry Nyquist și Claude Shannon. Răspunsul este afirmativ și stabilește că, în anumite condiții, reprezentarea în timp continuu și reprezentarea în timp discret sunt echivalente.

Matematic, rezultatul este cunoscut sub denumirea de *teorema eșantionării*, iar enunțul teoremei nu este neapărat unul foarte complicat.

Relația dintre semnalul analogic (cel în timp continuu) și semnalul digital (cel în timp discret) este dată prin formula din slide. După cum putem vedea, putem construi reprezentarea în timp continuu, a semnalului analogic, ca o combinație liniară de copii ale funcției *sinus atenuat* (sin c), ce sunt deplasate și scalate cu valorile semnalului în timp discret.

SĂ NE AMINTIM DE FUNCȚIA „SINUS ATENUAT”



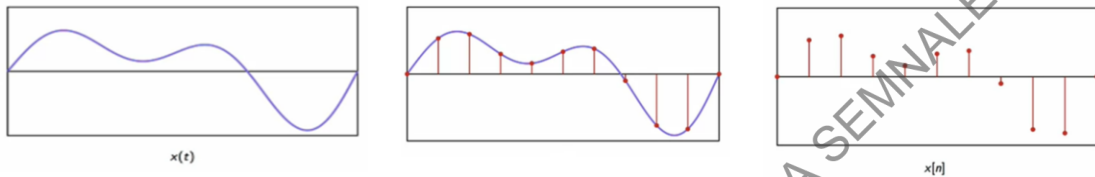
Reprezentarea în timp continuu a funcției $\sin c$

SLIDE 26

Cu reprezentarea funcției *sinus atenuat* v-ați mai întâlnit, cu siguranță, la cursurile studiate anterior. Ați putut-o vedea, însă, și pe nenumărate site-uri ce se ocupă de prelucrarea semnalelor. Apare adesea chiar și în anumite logouri. Ea este o funcție de suport infinit, ce-și continuă oscilația de la *minus infinit* la *plus infinit*.

Vom vedea acum cum trebuie înțeleasă *Teorema eșantionării* din punct de vedere grafic.

DIN TIMP CONTINUU ÎN TIMP DISCRET ... (DE LA ANALOGIC LA DIGITAL ...)



MARIN BANCOȘ - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

27

SLIDE 27

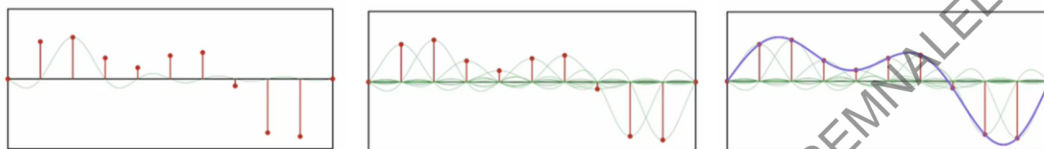
Trecerea din timp continuu în timp discret se realizează după cum urmează:

Pornim de la semnalul analogic (adică cel reprezentat în timp continuu).

Reținem din $x(t)$ numai eșantioanele (valorile) corespunzătoare momentelor discrete de timp, iar restul nu ne mai interesează.

Se ajunge astfel la semnalul digital $x[n]$ (adică cel reprezentat în timp discret).

... ȘI ÎNAPOI



MARIN BANCOȘ - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

28

SLIDE 28

Pentru revenirea din timp discret în timp continuu, tot ce avem nevoie este să luăm reprezentările sinusului atenuat și să le plasăm, pe rând, pe poziția corespunzătoare fiecărui eșantion, scalate fiind fiecare, în prealabil, cu amplitudinea eșantionului.

După ce vom face acest lucru, vom însuma apoi toate aceste reprezentări ale sinusului atenuat, ajungând exact la funcția originală.

ÎN CE CONDIȚII PUTEM URMA PAȘII DESCRIȘI ANTERIOR?

FOURIER ESTE CEL CE NE VA FACE DEZVĂLUIREA!



21 Martie 1768 – 16 Mai 1830

MARIN BANCOS - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

29

SLIDE 29

Condițiile în care pot fi făcute cele descrise anterior sunt date în enunțul complet al teoremei eșantionării. Vom utiliza pentru aceasta, în viitor, un instrument de lucru cunoscut sub denumirea de *analiză Fourier*. *Transformarea Fourier* este cea care ne va furniza o măsură cantitativă a rapidității unui semnal. Odată cunoscută această viteză, vom fi întotdeauna în măsură să alegem adecvat intervalul de eșantionare (adică intervalul dintre două eșantioane), astfel încât atunci când facem conversia din analogic în digital să se satisfacă acele condiții din teorema eșantionării. Nu insistăm mai mult pentru moment.

SEMNALE DIGITALE

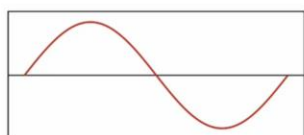
INGREDIENTE CHEIE

- ❑ **TIMP DISCRET** (discretizarea timpului – EȘANTIONARE) – despre care am discutat
- ❑ **AMPLITUDINE DISCRETĂ** (discretizarea amplitudinii - CUANTIZARE)

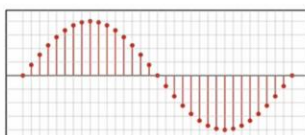
SLIDE 30

După cum am spus, semnalele digitale au la bază două ingrediente fundamentale: timpul discret și amplitudinea discretă. Am discutat deja despre discretizarea timpului. Ne oprim acum asupra a ceea ce înseamnă discretizarea amplitudinii (respectiv cuantizarea).

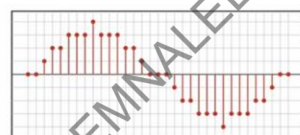
AMPLITUDINE DISCRETĂ (DIGITALĂ)



$x(t)$



$x[n]$



$\hat{x}[n]$

SLIDE 31

Să luăm acum, spre exemplu, acest semnal analogic $x(t)$.

Prima discretizare la care îl vom supune este discretizarea sa în timp, obținând acest set de eșantioane, notat $x[n]$.

A doua discretizare, prin care trece ceea ce a rezultat anterior, adică $x[n]$, va avea loc în amplitudine. Cum se procedează? Fiecare eșantion în parte va putea lua numai valori prestabilite. Să observăm pe figură cum s-a realizat discretizarea amplitudinii. O foarte importantă consecință a acestei discretizări este aceea că independent de numărul de niveluri, mulțimea de niveluri obținută este una numărabilă. Prin urmare, putem alocă fiecărui nivel din această mulțime un număr întreg din mulțimea numerelor întregi $\mathbb{Z}$. Putem deci asocia fiecărei valori a unui eșantion un număr întreg.

În aceste condiții, observăm că atât timpul, cât și amplitudinea, fiind discretizate, sunt asociate cu numere întregi din $\mathbb{Z}$. Se obține astfel o reprezentare generală și abstractă pentru timp și amplitudine, ele fiind mărimi total golite de semnificația din fizică.

Este extrem de convenabilă reprezentarea unei mărimi ca număr întreg, deoarece putem folosi conversia sa în binar și să operăm doar cu valori de 0 și 1!

DE CE ESTE IMPORTANT PROCESUL DE DISCRETIZARE (DIGITALIZARE) A SEMNALULUI?

EXISTĂ CEL PUȚIN TREI AVANTAJE:

- ❑ MEMORARE (STOCARE)
- ❑ PRELUCRARE (PROCESARE)
- ❑ TRANSPORT (TRANSMISIE)

SLIDE 32

Acum, dacă datele cu care operăm sunt mulțimi de valori întregi, de numere din $\mathbb{Z}$, aceasta va avea consecințe foarte importante din cel puțin următoarele considerente: În ceea ce privește memorarea (stocarea) datelor, aceasta devine mult mai facilă, deoarece orice suport de memorie care poate reține valori de numere întregi este așadar în măsură să stocheze aceste semnale. Primul candidat serios ca mediu de stocare, ce ne vine în minte, este chiar memoria calculatorului.

Referindu-ne la prelucrarea (la procesarea) datelor, aceasta devine complet independentă de natura semnalului inițial. Tot ce avem nevoie acum este să apelăm la un procesor care poate lucra cu valori întregi. Și din nou, un CPU, inima calculatorului, este un astfel de procesor.

Al treilea considerent pe care îl analizăm se referă la transportul (la transmisia) datelor. Cu ajutorul semnalelor digitale (discrete) putem găsi căi extrem de eficiente pentru a combate zgomotul și a maximiza capacitatea de transport pe un canal de date. În cele ce urmează chiar de aceste aspecte ne vom ocupa luând exemple concrete.

MEMORARE (STOCARE)

ANALOGICĂ



DISCRETĂ (DIGITALĂ)

$\{0, 1\}$

MARIN BANCOS - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

33

SLIDE 33

Referindu-ne la stocare, să evidențiem diferența uriașă dintre ceea ce presupune stocarea unui semnal analogic, ce necesită un mediu ce depinde de fiecare tip de semnal și de fiecare tip de aplicație în parte, și respectiv stocarea semnalului digital, pe care o facem astăzi în memoria calculatorului, cu avantajele uriașe menționate.

În această imagine ilustrăm, spre exemplu, ceea ce se făcea pentru înregistrarea sunetului. S-a utilizat fonograful, la care vibrația unei membrane era preluată de un ac și transpusă pe un cilindru cu ceară. S-a trecut apoi la înregistrările pe bandă, iar noul mediu utilizat era total incompatibil cu cel utilizat anterior. Dificultăți importante s-au întâmpinat și când a fost vorba de înregistrarea temperaturii, iar transmiterea datelor obținute însemna transportul efectiv al unei role de hârtie cu înregistrarea. Nu are rost să mai discutăm despre fotografie și prelucrarea de imagini. Câte obstacole au trebuit depășite în fiecare caz în parte! Ce facem însă astăzi? Operăm doar cu valori de 0 și 1. Iar aceasta este o consecință a faptului că putem apela la discretizarea timpului și la discretizarea amplitudinii.

EVOLUȚIA CAPACITĂȚII DE STOCARE (O IMAGINE PENTRU ISTORIE)



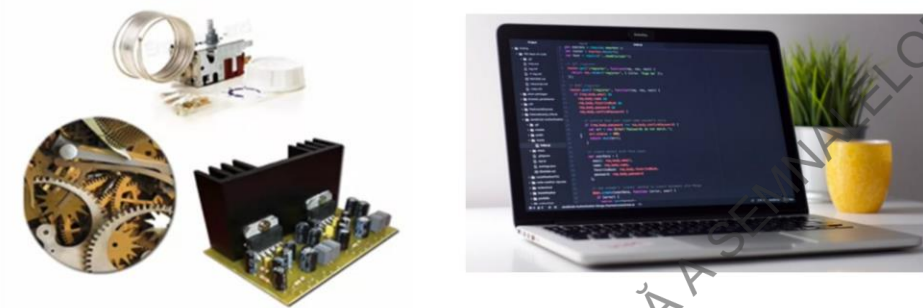
MARIN BANCOS - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

34

SLIDE 34

Fotografia din imagine este deja celebră, deoarece a făcut ocolul Pământului prin intermediul Internetului. Ea evidențiază o impresionantă evoluție și ne determină să ne gândim la cât de multă informație putem înmagazina astăzi pe un card de memorie MicroSD, comparativ cu mediile de stocare utilizate doar cu câțiva ani în urmă. Această evoluție rapidă a tehnologiei este o dovadă certă a ceea ce se poate obține atunci când găsești numitorul comun pentru lucruri atât de diferite, așa după cum am arătat. Nu mai este nevoie să ne specializăm într-o multitudine de domenii, lucrând cu dispozitive total distincte. Totul converge către o singură tehnologie care înglobează întreaga varietate, pusă în evidență și prin exemplele date.

PRELUCRARE (PROCESARE)



MARIN BANCOS - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

35

SLIDE 35

Am discutat până acum, mai în detaliu, despre memorare (stocare). Trecem să analizăm, însă, și ceea ce a însemnat, în trecut, și ce înseamnă, astăzi, procesarea (prelucrarea) datelor.

Folosindu-se atunci semnale analogice, trebuiau concepute dispozitive specifice, capabile să reacționeze la anumite fenomene fizice.

Astfel, spre exemplu, puteți observa aici un termostat care trebuia dotat cu un arc special, care se dilata sau comprima funcție de temperatură, și care declanșa un întrerupător. Ingenios și complicat.

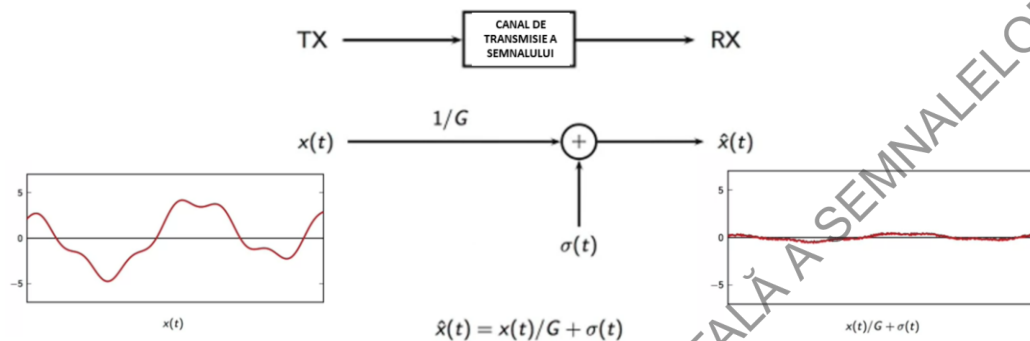
Sistemele mecanice în general necesită proiectarea unor angrenaje foarte complexe.

Sistemul de egalizare a sunetului necesita electronică discretă.

Astăzi, cu semnale digitale, tot ce trebuie să faceți este să scrieți o bucată de cod pentru calculator, care va fi rulată, și se vor îndeplini aceleași sarcini. Sarcini care în trecut necesitau parte de hardware.

TRANSPORT (TRANSMISIE)

CAZUL SEMNALULUI ANALOGIC



MARIN BANCOS - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

36

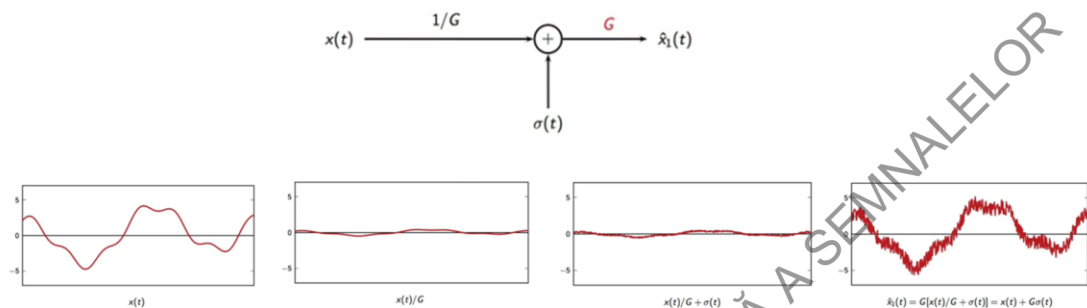
SLIDE 36

Și, în sfârșit, haideți să analizăm problema transportului (transmisiei) datelor, domeniu în care utilizarea procesării digitale a semnalelor a adus, probabil, cele mai mari diferențe.

Așadar, dacă avem un canal de comunicație și încercăm să transmitem informația de la transmițătorul TX la receptorul RX, ne confruntăm, invariabil, cu ceea ce înseamnă apariția zgomotului și a atenuării.

Să urmărim ce se întâmplă. Mediul specific canalului prin care transmitem informația introduce o atenuare, evidențiată de noi prin factorul de atenuare notat cu G . Așadar, transmitând un sunet de exemplu, volumul acestuia poate fi considerabil micșorat. Efectul zgomotului, care influențează, de asemenea, sunetul, este evidențiat în figură prin $\sigma(t)$. Ceea ce se recepționează va fi o copie atenuată a semnalului original, afectat însă și de zgomot. Să vedem cum arată semnalul inițial. Și apoi la final.

PUTEM COMPENSA ATENUAREA SEMNALULUI ANALOGIC PRIN AMPLIFICARE



MARIN BANCOS - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

37

SLIDE 37

Atenuarea și zgomotul sunt factori care sigur influențează transmisia și nu pot fi excluși. Doar asupra modului în care ei influențează semnalul util putem acționa, dar numai într-o anumită măsură.

Ne punem următoarea problemă: cum am putea recupera informația originală, apropiindu-ne cât mai mult de semnalul inițial?

Singurul efect nedorit, dintre cele două evidențiate, care poate fi înlăturat, este atenuarea. În ceea ce privește zgomotul, mare lucru nu putem face, fără a afecta caracteristicile semnalului transmis.

Referindu-ne la atenuare, matematic vorbind, dacă semnalul inițial a fost atenuat, suferind prin „împărțirea” cu G , putem încerca să amplificăm semnalul recepționat, „înmulțind” la ieșire cu G . Nu este însă nicio surpriză să constatăm că odată cu amplificarea făcută la recepție, vom amplifica și zgomotul ce s-a suprapus în timpul transmisiei peste semnalul original.

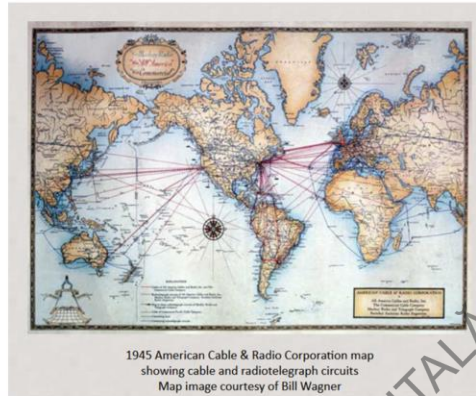
Iată ce se întâmplă în întregul proces de transmitere:

semnal inițial – semnal atenuat – semnal atenuat afectat de zgomot – semnalul la recepție

Doar pentru a putea înțelege cum se întâmplă lucrurile, imaginați-vă ce calitate se mai putea obține atunci când făceam o înregistrare a unei casete audio sau video, după o altă casetă înregistrată. Ori când facem o copie după o altă copie, neavând acces la original. Aceste exemple vă dau o idee despre ceea ce se întâmplă atunci când zgomotul este amplificat. De ce a fost important să realizăm această analiză? Gândiți-vă ce înseamnă cele evidențiate când este vorba de distanțe foarte lungi.

MARIN BANCOȘ - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

CUM PROCEDĂM CÂND TRANSPORTUL SE REALIZEAZĂ PE DISTANȚE FOARTE LUNGI?



MARIN BANCOS - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

38

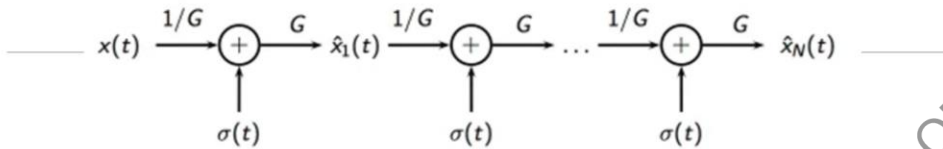
SLIDE 38

Spre exemplu, cazul unui cablu care unește Europa și Statele Unite și pe care se încearcă transmiterea unei conversații telefonice.

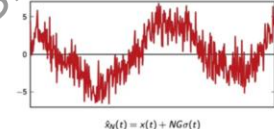
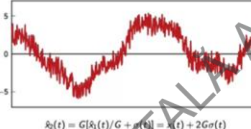
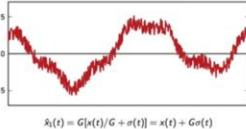
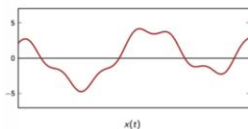
Priviți cât de interesantă este harta din slide pentru istoria comunicațiilor.

Pe astfel de distanțe ești obligat, însă, să împarți cablul în mai multe secțiuni și după fiecare secțiune să instalezi un repetor pentru a regenera semnalul la nivelul inițial. O astfel de secțiune are, în general, o lungime de ordinul zecilor de km. Vă exemplific ca ordin de mărime doar pentru a înțelege mai bine cum stau lucrurile.

RĂSPUNS: DIN LOC ÎN LOC SE INSTALEAZĂ „REPETOARE”



$$\hat{x}_N(t) = x(t) + NG\sigma(t)$$



MARIN BANCOS - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

39

SLIDE 39

Dar, din păcate, efectul cumulativ nedorit care se produce pe acest lanț de repetoare constă în aceea că apare zgomot suplimentar pe fiecare secțiune, iar acest zgomot este amplificat apoi, din nou și din nou, până la recepție.

Așadar, dacă $x(t)$ este semnalul original, pe primul segment al cablului el este atenuat și afectat de zgomot. După amplificare se ajunge la $\hat{x}_1(t) = x(t) + G\sigma(t)$.

Acest semnal $\hat{x}_1(t)$ este apoi injectat în a doua secțiune a cablului. El va fi atenuat și afectat de zgomot, la rândul său, iar după amplificare se ajunge la $\hat{x}_2(t) = x(t) + 2G\sigma(t)$. Observăm că până aici zgomotul deja s-a dublat.

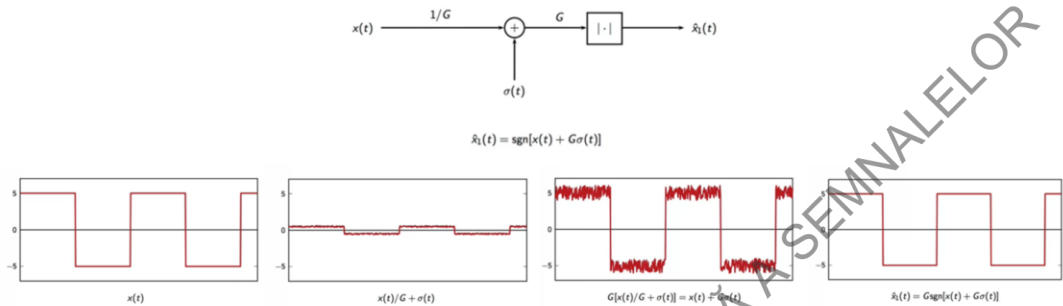
Acest $\hat{x}_2(t)$ se injectează în a treia secțiune de cablu, și lucrurile se petrec, în continuare, la fel.

...

După a N-a secțiune de cablu se ajunge la $\hat{x}_N(t) = x(t) + NG\sigma(t)$, zgomotul fiind de N ori amplificat. Acest lucru poate conduce cu ușurință la pierderea inteligibilității într-o convorbire telefonică.

TRANSPORT (TRANSMISIE)

CAZUL SEMNALULUI DIGITAL



MARIN BANCOS - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

40

SLIDE 40

Să considerăm acum problema transmiterii unui semnal digital printr-un astfel de cablu transoceanic.

După cum am stabilit deja, la un semnal digital, în urma discretizării amplitudinii, fiecărui eșantion (adică fiecărei valori a unei amplitudini) ajungem să îi asociem un număr întreg. Având așadar de transmis numai numere întregi, le convertim în prealabil în binar și totul se va reduce, în final, la a transmite secvențe de 0 și 1. Pentru a transmite aceste secvențe binare, putem construi un semnal analogic asociat și haide să considerăm că asociem nivelului de +5V valoarea binară 0, iar nivelului de -5V valoarea binară 1.

Semnalul poate să arate ca în figură. La transmisia acestui semnal pe cablu lucrurile se întâmplă, în principiu, așa cum am văzut mai înainte.

Vom avea atenuare și vom avea zgomot adăugat.

Vom avea, de asemenea, amplificare, pe fiecare repetor, introdusă în încercarea de a elimina atenuarea. Ceea ce vom face, însă, diferit, constă în utilizarea unui bloc detector de prag (threshold), după cum se poate vedea și în schemă, cu scopul reconstruirii semnalului original cât mai bine posibil.

Să vedem cum funcționează acesta. Chiar dacă zgomotul afectează semnalul transmis, dacă se detectează o valoare peste 0V (adică pozitivă), se consideră automat ca fiind +5V, iar dacă se detectează o valoare sub 0V (adică negativă), se consideră automat ca fiind -5V.

Acest bloc detector de prag ajută astfel la reconstruirea semnalului original, semnalul recepționat fiind acum o copie exactă a ceea ce am avut inițial.

MARIN BANCOȘ - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

DESPRE EVOLUȚIA CAPACITĂȚII DE TRANSPORT A DATELOR

CABLUL TRANSOCEANIC

- 1866: 8 cuvinte pe minut (~5 bps)
- 1956: AT&T, coax, 48 canale de voce (3Mbps)
- 2005: Alcatel Tera10, FO, 8,4 Tbps
- 2012: 60 Tbps
- 2022: peste 250 Tbps

SLIDE 41

Eficacitatea soluțiilor tehnice utilizate pentru transmisia semnalelor poate fi apreciată analizând evoluția capacității de transport a cantității de informație. Să luăm chiar exemplul transportului de date prin cablul transoceanic.

În 1866, primul cablu transoceanic folosit asigura o capacitate de transport de 8 cuvinte pe minut, ceea ce corespunde la aproximativ 5 bps.

În 1956, când a fost utilizat primul cablu digital, capacitatea de transport a crescut brusc la 3Mbps, adică 10 la puterea 6. Deci cu șase ordine de mărime mai mult decât în cazul analogic.

În 2005, când s-a utilizat pentru prima oară fibra optică, alte șase ordine de mărime s-au adăugat, capacitatea de transport crescând la 8,4 Tbps.

În 2012 s-a ajuns la 60 Tbps, iar azi suntem la peste 250 Tbps.

Similar și apropiindu-ne de ceea ce înseamnă locuința fiecăruia dintre noi, putem face o scurtă analiză și a ceea ce a însemnat evoluția capacității de transmitere a datelor folosind modemurile. Începând cu primele modele de modemuri de voce, din anii 50, scoase de Bell Labs, care funcționau pe un canal telefonic standard și erau dispozitive analogice cu capacitate maximă de 1200 bps, s-a ajuns în anii 90 la primele modemuri digitale ce atingeau 56 kbps. Prin 2008 s-a trecut la tehnologia ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line), depășindu-se 24 Mbps. Unde am ajuns astăzi? Categorie, foarte departe... Ceea ce este clar e că revoluția digitală continuă într-un ritm amețitor.

MARIN BANCOȘ - PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

AVANTAJE IMPORTANTE OBȚINUTE PRIN PRELUCRAREA DIGITALĂ A SEMNALELOR

DISCRETIZAREA TIMPULUI (EȘANTIONAREA)

- SEMNALELE DIGITALE ÎNLĂTURĂ INCONVENIENTUL UTILIZĂRII MODELELOR IDEALIZATE DIN CAZUL SEMNALELOR ANALOGICE
- OPERAȚIILE ELEMENTARE ÎNLOCUIESC CALCULELE MATEMATICE COMPLEXE

DISCRETIZAREA AMPLITUDINII (CUANTIZAREA)

- PERMITE CONTROLUL EFICIENT AL ZGOMOTULUI
- PERMITE CONSTRUCȚIA UNOR SISTEME DE COMUNICAȚII EFICIENTE
- PERMITE UTILIZAREA DE „GENERAL-PURPOSE STORAGE”
- PERMITE UTILIZAREA DE „GENERAL-PURPOSE PROCESSING UNITS” ÎN PRELUCRAREA SEMNALELOR

SLIDE 42

În final, câteva concluzii...